OPERON
Edukacja jest podróżą

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | | | |

PESEL | | | | | | | | | | | |

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Próbna Matura z Operonem 2024/2025

DATA: **marzec 2025 r.**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 25 stron (zadania 1.–31.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
3. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
4. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.
6. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.
Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione.

1.
0–1

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Połową odwrotności liczby 4^{-20} jest:

A. 2^{40} **B.** 2^{20} **C.** 2^{-10} **D.** 2^{39}

Brudnopis

2.
0–1

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $2|\sqrt{7}-2|-3|2-\sqrt{7}|$ jest równa:

A. $-\sqrt{7}+2$ **B.** $5\sqrt{7}-10$ **C.** $5\sqrt{7}+2$ **D.** $\sqrt{7}-2$

Brudnopis

3.
0–1

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\dfrac{\log_3\left[\left(\sqrt{5}\right)^2\cdot\left(\sqrt{5}\right)^4\right]}{\log_3 125}$ jest równa:

A. $\frac{6}{5}$ **B.** 1 **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $3\log_3 5$

Brudnopis

N8533_A.indd 2 21.01.2025 11:30:35

Zadanie 4. (0–2)

4.
0–1–2

Rozważ trzy kolejne liczby naturalne takie, że każda z nich nie jest podzielna przez 4. Udowodnij, że suma tych liczb powiększona o 2 jest podzielna przez 4.

Zadanie 5. (0–1)

5.
0–1

Dane są dwie liczby x i y takie, że $x = 2 + \sqrt{3}$ oraz $y = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$x + y = 4$	**P**	**F**
2.	$x^2 - y^2 = 8\sqrt{3}$	**P**	**F**

Brudnopis

N8533_A.indd 3 21.01.2025 11:30:36

6.
0–1

Zadanie 6. (0–1)

Dana jest nierówność $2-\frac{x+3}{6}<\frac{x}{3}-1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą liczbą całkowitą, która należy do zbioru rozwiązań nierówności, jest:

A. 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8

Brudnopis

7.
0–1
2–3

Zadanie 7. (0–3)

Dane jest równanie $\frac{2x-3}{x}=\frac{2x+7}{2x+3}$.

Wyznacz dziedzinę tego równania i je rozwiąż.

N8533_A.indd 4 21.01.2025 11:30:37

Zadanie 8. (0–1)

8.
0–1

Dane jest równanie $2x\left(x^2-3\right)\left(x^2+9\right)\left(x-9\right)^2=0$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba całkowitych rozwiązań tego równania jest równa:

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 6

Brudnopis

Zadanie 9. (0–1)

9.
0–1

Dany jest układ równań $\begin{cases} y=3x-7 \\ 2x+my=6 \end{cases}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Para liczb $x=2$, $y=-1$ jest rozwiązaniem tego układu, gdy:

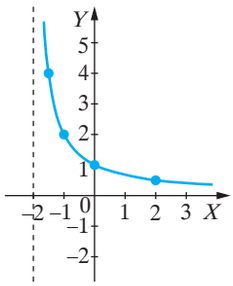
A. $m=-2$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=2$ **D.** $m=9$

Brudnopis

N8533_A.indd 5 21.01.2025 11:30:38

Zadanie 10.

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji $f(x)=\frac{a}{x-p}$, dla $x\in(-2,+\infty)$.



10.1.
0–1

Zadanie 10.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynniki a oraz p we wzorze funkcji f spełniają następujące warunki:

A. $a>0$ i $p>0$ **B.** $a<0$ i $p<0$ **C.** $a>0$ i $p<0$ **D.** $a<0$ i $p>0$

Brudnopis

10.2.
0–1

Zadanie 10.2. (0–1)

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedź w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Funkcja $g(x)=f(x)+2$ przecina oś Oy w punkcie o współrzędnych .....

Brudnopis

N8533_A.indd 6 21.01.2025 11:30:39

Zadanie 11. (0–2)

11.
0–1–2

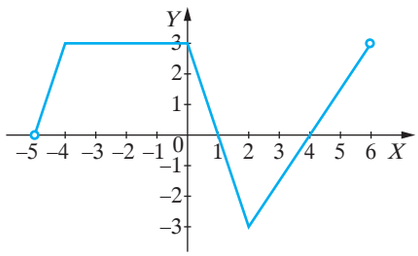
O funkcji kwadratowej $y = f(x)$ wiadomo, że przyjmuje wartość największą równą 2 oraz jest rosnąca w maksymalnym przedziale $(-\infty, 3]$. Do wykresu funkcji f należy punkt $A = (1, -2)$.

Napisz wzór funkcji *f* w postaci kanonicznej.

N8533_A.indd 7 21.01.2025 11:30:39

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono wykres funkcji $y = f(x)$ określonej w przedziale $(-5, 6)$ (patrz rysunek poniżej).



12.1.
0–1–2

Zadanie 12.1. (0–2)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $[-3, 3)$.	**P**	**F**
2.	Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.	**P**	**F**
3.	$f\left(-\sqrt{10}\right) = 3$	**P**	**F**

Brudnopis

12.2.
0–1–2

Zadanie 12.2. (0–2)

Uzupełnij tabelę dotyczącą własności funkcji f. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

1.	Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości niedodatnie, jest przedział	
2.	Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartość 3, jest przedział	

A. $(1, 4)$ **B.** $[1, 4]$ **C.** $[0, 3]$ **D.** $[-3, 0]$ **E.** $[-4, 0]$ **F.** $(-4, 0)$

Brudnopis

N8533_A.indd 8 21.01.2025 11:30:42

Zadanie 13. (0–1)

13.
0–1

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x)=\begin{cases}-2x+5 \text{ dla } x\in(-\infty, 2]\\ 3x-5 \text{ dla } x\in(2, +\infty)\end{cases}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba miejsc zerowych funkcji jest równa:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Brudnopis

Zadanie 14. (0–2)

14.
0–1–2

Liczby $-5, 2x+5, -29$ w podanej kolejności są pierwszym, drugim i piątym wyrazem ciągu arytmetycznego.

Wyznacz x. Zapisz obliczenia.

N8533_A.indd 9 21.01.2025 11:30:42

15.
0–1

Zadanie 15. (0–1)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma pięciu początkowych wyrazów ciągu wynosi 75, a suma ośmiu początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 156.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $a_6 + a_7 + a_8$ jest równa:

A. 45 **B.** 58,5 **C.** 81 **D.** 231

Brudnopis

16.
0–1

Zadanie 16. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) o wzorze ogólnym $a_n = -3^n \cdot 2^{n-1}$ i ilorazie q, określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Ciąg (a_n) jest

A.	rosnący,	ponieważ określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$	**1.**	iloraz $q \in (0,1)$.
B.	stały,		**2.**	iloraz $q = 1$.
C.	malejący,		**3.**	iloraz $q > 1$.

Brudnopis

N8533_A.indd 10 21.01.2025 11:30:44

Zadanie 17. (0–1)

17.
0–1

Kąt α jest ostry oraz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $3\sin\alpha - \cos\alpha$ jest równa:

A. -3 **B.** $\frac{1}{29}$ **C.** $\frac{13\sqrt{29}}{29}$ **D.** $\frac{\sqrt{29}}{29}$

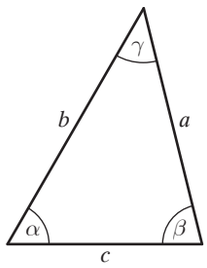
Brudnopis

N8533_A.indd 11 21.01.2025 11:30:45

18.
0–1–2

Zadanie 18. (0–2)

W trójkącie o bokach długości a, b, c i kątach α, β, γ (jak na rysunku poniżej) podane są długości dwóch boków: $a = \sqrt{39}$ i $c = 5$ oraz kąt α o mierze $60°$.



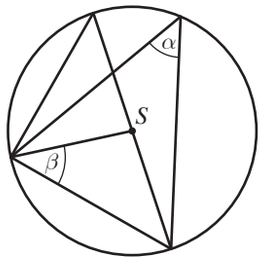
Oblicz długość boku *b* tego trójkąta. Zapisz obliczenia.

N8533_A.indd 12 21.01.2025 11:30:46

Zadanie 19. (0–1)

19.
0–1

Na poniższym rysunku dany jest okrąg o środku S. Kąt β ma miarę 42°.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara zaznaczonego kąta α jest równa:

A. 42° **B.** 96° **C.** 48° **D.** 84°

Brudnopis

N8533_A.indd 13 21.01.2025 11:30:47

20.
0–1–2

Zadanie 20. (0–2)

Środkowe AK i BL trójkąta ABC przecinają się w punkcie S oraz mają długości: $|AK|=6$ i $|BL|=9$. Pole trójkąta ASC jest równe 12.

Udowodnij, że środkowe AK i BL przecinają się pod kątem prostym.

N8533_A.indd 14 21.01.2025 11:30:48

Zadanie 21. (0–1)

21.
0–1

O ścianę domu oparte są dwie drabiny ustawione pod takim samym kątem. Dłuższa drabina sięga na wysokość 6 m, a jej podstawa odsunięta jest od ściany domu o 4,5 m.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Krótsza drabina sięgająca na wysokość 4 m powinna mieć długość:

A. $\sqrt{5}$ **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7,5

Brudnopis

Zadanie 22. (0–1)

22.
0–1

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k opisana równaniem $x-2y+5=0$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta równoległa do prostej k, przechodząca przez punkt $P=(4,3)$, opisana jest równaniem:

A. $y=\frac{1}{2}x+3$ **B.** $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ **C.** $y=-2x+11$ **D.** $y=\frac{1}{2}x+1$

Brudnopis

N8533_A.indd 15 21.01.2025 11:30:50

23.
0–1

Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg O o środku w punkcie $S = (2, -5)$ i promieniu 8.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg P jest obrazem okręgu O w symetrii osiowej względem prostej $x = 0$. Okrąg P jest określony równaniem:

A. $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 64$
B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 64$
C. $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 64$
D. $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 9$

Brudnopis

N8533_A.indd 16 21.01.2025 11:30:52

Zadanie 24. (0–4)

24.
0–1–2
3–4

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $A=(5,1)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AB|=|BC|$. Punkt $S=(8,7)$ jest środkiem podstawy trójkąta ABC. Przez wierzchołek C poprowadzono prostą l o równaniu $y=\frac{1}{3}x+\frac{28}{3}$ równoległą do prostej zawierającej bok AB trójkąta. Prosta l przecięła oś symetrii trójkąta ABC w punkcie $M=(7{,}6, 7{,}2)$.

Oblicz współrzędne wierzchołków *B* i *C* trójkąta *ABC*. Zapisz obliczenia.

N8533_A.indd 17 21.01.2025 11:30:53

25.
0–1

Zadanie 25. (0–1)

Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego G_1 jest równa $81\sqrt{3}$. Stosunek długości krawędzi podstawy do długości wysokości tego ostrosłupa jest równy $2:3$. Objętość graniastosłupa G_2 podobnego do graniastosłupa G_1 jest równa $3\sqrt{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość wysokości graniastosłupa G_2 jest równa:

A. 2 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 9

Brudnopis

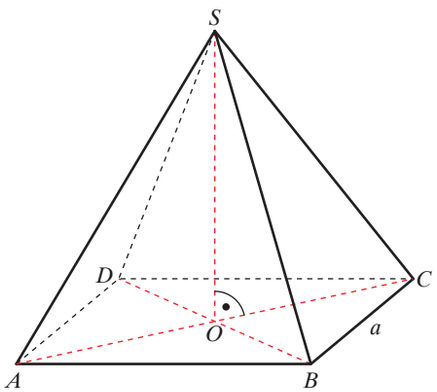
N8533_A.indd 18 21.01.2025 11:30:54

Zadanie 26. (0–3)

26.
0–1
2–3

Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest równe 64. Objętość tego ostrosłupa jest równa $\frac{128\sqrt{21}}{3}$.

Oblicz cosinus kąta między wysokością ostrosłupa a płaszczyzną jego ściany bocznej. Zapisz obliczenia.



N8533_A.indd 19 21.01.2025 11:30:54

27.
0–1

Zadanie 27. (0–1)

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym. Wysokość tego stożka jest równa $6\sqrt{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni bocznej stożka jest równe:

A. 72π **B.** $36\sqrt{3}\pi$ **C.** $108\sqrt{3}\pi$ **D.** 228π

Brudnopis

28.
0–1

Zadanie 28. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych o różnych cyfrach większych od 5500, w których cyfra jedności jest o 3 większa od cyfry dziesiątek, jest:

A. $5 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ **B.** $5 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 + 4 \cdot 8 \cdot 7$

C. $4 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 + 4 \cdot 8 \cdot 7$ **D.** $4 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 + 5 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7$

Brudnopis

N8533_A.indd 20 21.01.2025 11:30:55

Zadanie 29. (0–2)

29.
0–1–2

W pewnej szkole organizowano coroczną imprezę – Festiwal Nauki. W klasie IIID spośród 32 uczniów 12 zaangażowało się w wykonanie dekoracji, a 10 zajęło się przygotowaniem gier edukacyjnych. Do przygotowań nie włączyło się 12 uczniów z tej klasy.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że losowo wybrany uczeń tej klasy zaangażował się tylko w wykonanie jednej z prac: dekoracji lub przygotowania gier edukacyjnych. Zapisz obliczenia.

Zadanie 30.

W poniższej tabeli pokazano wkład uczniów pewnej klasy w charytatywną zbiórkę pieniędzy przeprowadzoną przez fundację „X” dla osób, które ucierpiały w wyniku pewnej katastrofy.

Kwota darowizny (w zł)	20	30	50	60	70
Liczba uczniów	1	3	11	9	6

N8533_A.indd 21 21.01.2025 11:30:56

30.1.
0–1

Zadanie 30.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Medianą darowanych przez uczniów pieniędzy jest kwota 50 zł.	**P**	**F**
2.	Średnia kwota darowana przez jednego ucznia jest równa 54 zł.	**P**	**F**

Brudnopis

30.2.
0–1

Zadanie 30.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jaki procent liczby uczniów z klasy IIID przekazał na zbiórkę kwotę większą niż dominanta zestawu danych darowanych kwot?

A. 13,3 % **B.** 50 % **C.** 60 % **D.** 87,7 %

Brudnopis

N8533_A.indd 22 21.01.2025 11:30:56

Zadanie 31. (0–2)

31.
0–1–2

W pewnym sklepie warzywniczym sprzedaje się dziennie 120 kg ziemniaków w cenie 3,20 zł za 1 kg. Od 1 marca każdego dnia podwyższano cenę kilograma ziemniaków o 20 gr. Okazało się, że po każdej podwyżce ceny o 20 gr sprzedaż malała o 3 kg.

Przyjmijmy, że x to liczba podwyżek, gdzie $x \in \mathbb{N}_+$ oraz $x < 40$, a funkcja P opisuje przychód sklepu w zależności od liczby podwyżek ceny ziemniaków i jest określona wzorem $P(x) = (3{,}20 + 0{,}20x)(120 - 3x)$.

Oblicz, jaka powinna być cena 1 kg ziemniaków w tym sklepie, aby sprzedaż przyniosła największy przychód. Oblicz ten przychód. Zapisz obliczenia.

N8533_A.indd 23 21.01.2025 11:30:56

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

N8533_A.indd 24 21.01.2025 11:30:57

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



N8533_A.indd 25 21.01.2025 11:30:57

KARTA ODPOWIEDZI

WYPEŁNIA UCZEŃ

Kod ucznia ☐☐☐

PESEL ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Nr zad.	Odpowiedzi					
1.	A	B	C	D		
2.	A	B	C	D		
3.	A	B	C	D		
5.	PP	PF	FP	FF		
6.	A	B	C	D		
8.	A	B	C	D		
9.	A	B	C	D		
10.1.	A	B	C	D		
12.1.	1P	1F				
	2P	2F				
	3P	3F				
12.2.	1A	1B	1C	1D	1E	1F
	2A	2B	2C	2D	2E	2F
13.	A	B	C	D		
15.	A	B	C	D		
16.	A1	A2	A3			
	B1	B2	B3			
	C1	C2	C3			
17.	A	B	C	D		
19.	A	B	C	D		
21.	A	B	C	D		
22.	A	B	C	D		
23.	A	B	C	D		

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

dostosowania zasad oceniania ☐
dostosowania w zw. z dyskalkulią ☐
nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę ☐

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zad.	Punkty				
	0	1	2	3	4
4.	☐	☐	☐		
7.	☐	☐	☐	☐	
10.2.	☐	☐			
11.	☐	☐	☐		
14.	☐	☐	☐		
18.	☐	☐	☐		
20.	☐	☐	☐		
24.	☐	☐	☐	☐	☐
26.	☐	☐	☐	☐	
29.	☐	☐	☐		
31.	☐	☐	☐		

Nr zad.	Odpowiedzi			
25.	A	B	C	D
27.	A	B	C	D
28.	A	B	C	D
30.1.	PP	PF	FP	FF
30.2.	A	B	C	D

ISBN 978-83-8197-539-1



N8533_A.indd 28 21.01.2025 11:30:57