OPERON
Edukacja jest podróżą

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | | | |

PESEL | | | | | | | | | | | |

Egzamin maturalny *Formuła 2023*

MATEMATYKA

Poziom rozszerzony

Próbna Matura z Operonem 2024/2025

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

☐ dostosowania zasad oceniania

DATA: **marzec 2025 r.**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 17 stron (zadania 1.–12.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza wpisz swój numer PESEL i kod.
3. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.
Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione.

1.
0–1–2

Zadanie 1. (0–2)

Wyznacz środkowy wyraz rozwinięcia $\left(x-\frac{1}{3}\right)^{14}$. Wynik zapisz w postaci $a\cdot x^m$, gdzie $a\in\mathbb{R}$, $x\in\mathbb{N}$. Zapisz obliczenia.

N8534_A.indd 2 24.01.2025 15:12:38

Zadanie 2. (0–2)

2.
0–1–2

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{mx+b}{x-c}$, gdzie $b, c, m \in \mathbb{R}$.

Wyznacz wartości współczynników b, c, m, wiedząc, że do wykresu funkcji należy punkt $M=(1,-5)$.

Funkcja f jest rosnąca w każdym z przedziałów $(-\infty,-2);(-2,+\infty)$. Zbiorem wartości funkcji f jest $ZW_f=\mathbb{R}-\{-4\}$.

Zapisz obliczenia.

N8534_A.indd 3 24.01.2025 15:12:40

3.
0–1
2–3

Zadanie 3. (0–3)

Niech $a = \log_{36} 3$, $b = \log_6 4$.

Wykaż, że $\log_3 144 = \dfrac{b+2a}{a}$.

N8534_A.indd 4 24.01.2025 15:12:40

Zadanie 4. (0–3)

4.
0–1 2–3

Rozwiąż nierówność $|-3|2x+1|-5| < 12$. Zapisz obliczenia.

N8534_A.indd 5 24.01.2025 15:12:41

5.
0–1
2–3

Zadanie 5. (0–3)

Na III roku studiów medycznych pewnej uczelni jest sześć grup studenckich. Grupy I, II oraz III liczą 30 osób i jest w nich tyle samo studentów i studentek. Grupy IV oraz V liczą po 32 osoby, a wśród nich jest 75% studentek. W grupie VI jest 13 studentów oraz 13 studentek.

Z listy alfabetycznej wszystkich osób studiujących na III roku tego kierunku wybrano losowo jedną osobę.

Oblicz prawdopodobieństwo, że wybrana osoba jest studentem z grupy V. Zapisz obliczenia.

N8534_A.indd 6 24.01.2025 15:12:41

Zadanie 6. (0–4)

6.
0–1–2
3–4

Rozwiąż równanie $\cos^2 2x - \cos x = 1 - \sin 2x - \sin x$ w przedziale $[-\pi, 2\pi]$. Zapisz obliczenia.

N8534_A.indd 7 24.01.2025 15:12:42

7.
0–1–2
3–4

Zadanie 7. (0–4)

Na trapezie $ABCD$ opisano okrąg. Dłuższa podstawa trapezu jest średnicą okręgu opisanego na trapezie. Ramię trapezu ma długość 6. Przekątna trapezu jest nachylona do dłuższej podstawy pod kątem α takim, że $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Oblicz pole trapezu *ABCD*. Zapisz obliczenia.

N8534_A.indd 8 24.01.2025 15:12:43

Zadanie 8. (0–5)

8.
0–1–2
3–4–5

Trzy liczby, których suma wynosi 42, są pierwszymi trzema wyrazami ciągu geometrycznego (a_n). Liczby te są odpowiednio pierwszym, czwartym oraz szesnastym wyrazem ciągu arytmetycznego (b_n).

Wyznacz wyrazy a_1, a_2, a_3.

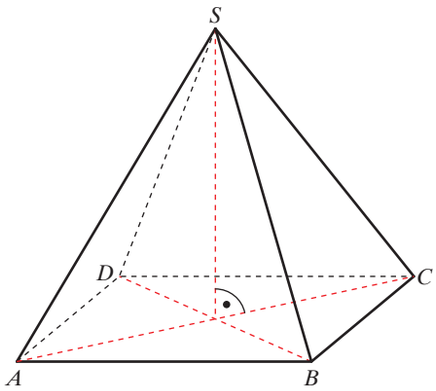
N8534_A.indd 9 24.01.2025 15:12:44

9.
0–1–2
3–4–5

Zadanie 9. (0–5)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna ma długość 12. Kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi ma miarę 120°.

Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa. Zapisz obliczenia.



N8534_A.indd 10 24.01.2025 15:12:46

Zadanie 10. (0–6)

10.
0–1–2
3–4
5–6

Dane jest równanie $(x-2)\left[x^2+2(m-1)x-m^2+m+2\right]=0$. Dla $m\in\left(\frac{3-\sqrt{17}}{4},\frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)$ równanie ma trzy różne rozwiązania rzeczywiste.

Dla jakich wartości parametru m te rozwiązania będą tego samego znaku oraz będą spełniały warunek $x_1+x_2^3+x_3^3\leq 10-8m$? Zapisz obliczenia.

N8534_A.indd 11 24.01.2025 15:12:47

11.
0–1–2
3–4
5–6

Zadanie 11. (0–6)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) z punktu $M = (9, 5)$ poprowadzono dwie proste: sieczną l oraz styczną k do okręgu o środku S. Sieczna l przecięła okrąg w punkcie $A = (-1, 0)$. Punkt B jest punktem styczności prostej k i okręgu o środku S. Kąt α jest kątem pomiędzy średnicą okręgu przechodzącą przez punkt A oraz sieczną l oraz $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}$.

Wyznacz równanie okręgu o środku S. Zapisz obliczenia.

N8534_A.indd 12 24.01.2025 15:12:48

Zadanie 12.

Rozważ wszystkie stożki, których pole powierzchni całkowitej jest równe 4π.

Zadanie 12.1. (0–2)

12.1.
0–1–2

Wykaż, że objętość V każdego ze stożków jako funkcja promienia podstawy r wyraża się wzorem $V(r)=\frac{1}{3}\pi\sqrt{16r^2-8r^4}$.

N8534_A.indd 13 24.01.2025 15:12:48

12.2.
0–1

Zadanie 12.2. (0–1)

Wyznacz dziedzinę funkcji *V*.

N8534_A.indd 14 24.01.2025 15:12:49

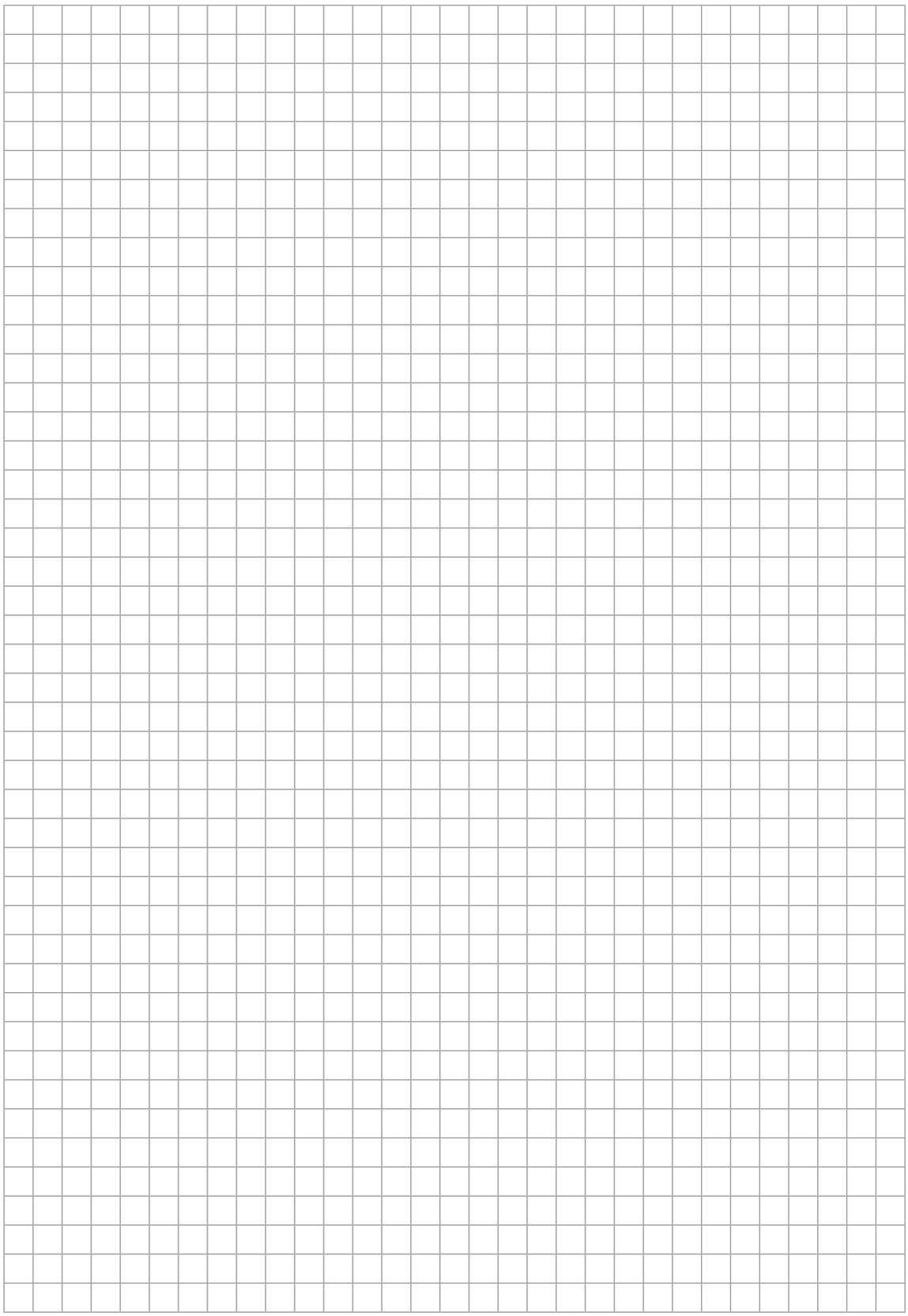
Zadanie 12.3. (0–4)

12.3.
0–1–2
3–4

Wyznacz promień podstawy tego z rozważanych stożków, którego objętość jest największa. Wyznacz tę objętość. Zapisz obliczenia.

N8534_A.indd 15 24.01.2025 15:12:49

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



N8534_A.indd 16 24.01.2025 15:12:49

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

N8534_A.indd 17 24.01.2025 15:12:49

ISBN 978-83-8197-540-7



N8534_A.indd 20 24.01.2025 15:12:49